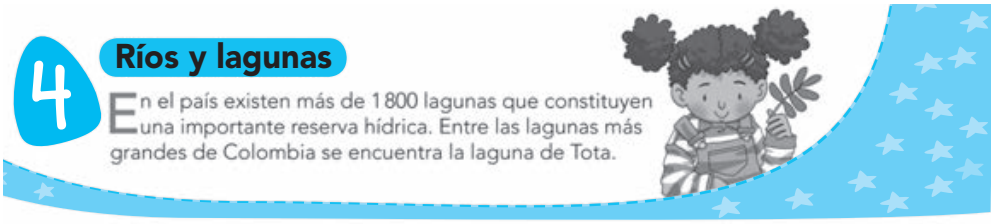
Ministerio de Educación Nacional - Proyecto Todos a Aprender
Material Ejemplo y Sugerencias para la STS 1.1.C.

1. Material ejemplo, Grado Cuarto, Matemáticas: "Ríos y Lagunas"

Este material fue tomado del Cuaderno de trabajo de Cuarto Grado de Proyecto Sé, páginas 12 y 13.



Laguna de Tota	
Región	Andina
Departamento	Boyacá
Superficie	55 km²
Perímetro	47 km
Cuenca	..... ha
Altitud	3015 msnm
Profundidad	67 m

1 Completa los enunciados.

- La laguna de Tota tiene ..... km² de superficie.
- La laguna de Tota se encuentra en el departamento de .....
- ..... es la longitud del borde de la laguna de Tota.
- La laguna de Tota se encuentra a ..... metros sobre el nivel del mar.
- 67 m es la ..... de la laguna de Tota.

2 Lee y resuelve. **La cuenca de una laguna es el sistema de drenaje natural de aguas. El último término de esta serie corresponde a la medida, en hectáreas, de la cuenca de la laguna de Tota. ¿Cuál es?**

3350	6700	10050		

- Si una hectárea son 10000 m², ¿cuántos metros cuadrados mide la cuenca de la laguna de Tota? Realiza el cálculo y responde.

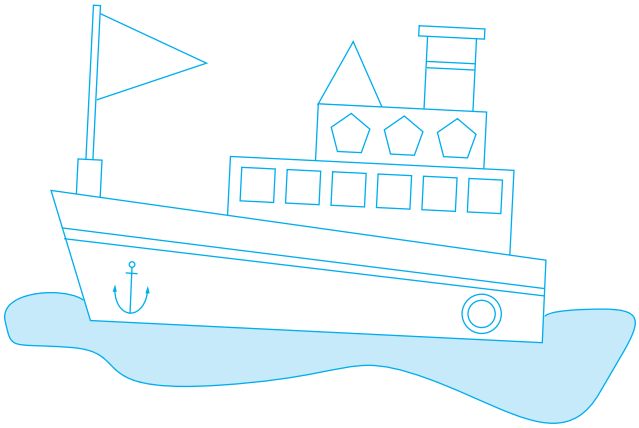
[ ] × [ ] = [ ]

3 Analiza. **Para una competencia en la laguna de Tota, se elige un trayecto de 75 m en línea recta, el cual se quiere demarcar colocando boyas a distancias iguales unas de otras. Marca sí o no en las siguientes afirmaciones.**

Datos	Sí	No
Las boyas se pueden ubicar exactamente cada 3 m.		
El trayecto se puede dividir exactamente en siete partes iguales.		
Las boyas se pueden ubicar exactamente cada 5 m.		
El trayecto se puede dividir exactamente en quince partes iguales.		
Las boyas se pueden ubicar exactamente cada 9 m.		

4 Observa la figura. **¿Cuáles polígonos identificas? Completa esta tabla.**

Número de lados	Nombre del polígono



5 Escoge el enunciado y calcula. **Una de las competencias que se llevan a cabo en la laguna de tota, es el recorrido de 1 833 km alrededor de ella. ¿Cuántas vueltas hay que dar a la laguna?**

- Sumo 1 833 con 3015 y 67.
- Divido 1 833 entre 55.
- Multiplico 47 por 55.
- Divido 1 833 entre 47.

6 Piensa y responde. **Si 1 km² es igual a 1 000 000 m², ¿cuál de las siguientes cantidades es la superficie de la laguna expresada en metros cuadrados?**

- 5 500 000
- 55 000 000
- 550 000
- 55 000

2. Sugerencias: ¿Cómo, a partir de este material, realizar un ejercicio de reflexión y desarrollar actividades en el aula?

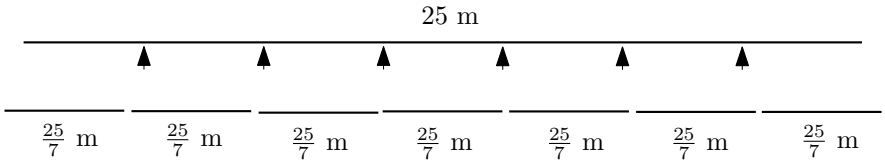
Esta actividad está relacionada con Pensamiento Aleatorio (en la interpretación y representación de datos en una tabla, ejercicios 1 y 4 respectivamente), Pensamiento Métrico (en la conversión de unidades de área, ejercicios 2 y 6), Pensamiento Geométrico (en la identificación y clasificación de polígonos de acuerdo al número de lados, ejercicio 4), Pensamiento Variacional (en la identificación de un patrón en una serie numérica, ejercicio 2), y Pensamiento Numérico (en temas como la suma y la resta (ejercicio 2), la multiplicación (ejercicios 2 y 6), la división (ejercicio 5), y conceptos de divisibilidad (ejercicio 3)).

2.1. Reflexión y actividades para el aula a partir del Ejercicio 3.

Ejercicio 3. Análisis y reflexión del docente, previo al diseño de la actividad.

Este ejercicio, por la forma en la que está enunciado puede generar problemas de comprensión de conceptos matemáticos. Analicemos la problemática:

Por ejemplo, 25 dividido entre 7 no es una división exacta (pues al realizar la división se obtiene un residuo igual a 4). De igual manera, si calculamos $25 \div 7$ en la calculadora, obtenemos un número con decimales ($3,57142857...$). Es decir, 25 no es divisible entre 7. Sin embargo, 25 si se puede dividir entre 7 de manera exacta! De ahí el concepto de fracción:



Cada pedacito medirá exactamente $\frac{25}{7}$ centímetros. Y aunque ninguna de las aproximaciones de $\frac{25}{7}$ es exacta (ni 3; ni $3,6$; ni $3;57$; ni $3,571$; etc), cualquier cinta que mida 25 cm o, en general, 25 unidades, si se puede dividir en 7 partes exactamente igual de largas.

Ejercicio 3. Diseño de actividad para el aula.

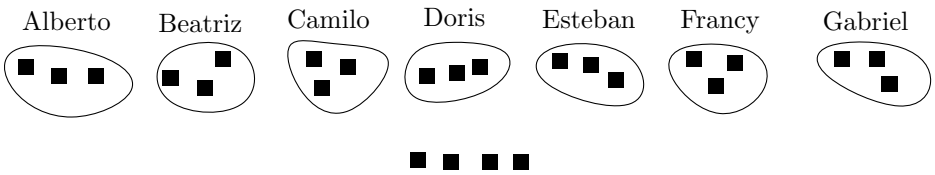
Para fomentar la discusión, y en general las competencias comunicativas, conviene separar a sus estudiantes en grupos pequeños (de dos o tres). Entréguele a cada grupo 25 fichas y pregúnteles si pueden repartir esas 25 fichas entre 7 personas de manera que todas reciban el mismo número de fichas y no sobre ninguna. Espere a que sus estudiantes traten de hacerlo, y que, a partir de lo empírico, surja la conclusión de que es imposible. Es importante aprovechar este momento para formalizar y concluir utilizando expresiones matemáticas y relacionándolos a la situación que ya es familiar para los estudiantes. Por ejemplo: "Si no puedo repartir las 25 fichas de manera equitativa entre 7 personas, es porque 25 no es divisible entre 7", o "La división 25 entre 7 no es exacta puesto que no podemos separar 25 cosas en 7 grupos iguales".

Para relacionar esta noción de divisibilidad con las nociones de cociente y residuo, podría preguntar algo como "¿Qué pasaría si hiciéramos la división $25 \div 7$ a mano? ¿Cómo nos damos cuenta de que 25 no es divisible entre 7 a partir del resultado que obtenemos?" Dé tiempo a sus estudiantes para que planteen la división. Aproveche para caminar por el salón, revisar el trabajo individual, y ayudar a los que tienen dificultades con el algoritmo. Al plantear la división a mano se obtiene:

$$\begin{array}{r|l} 25 & 7 \\ \underline{-\,21} & \\ 4 & 3 \end{array}$$

Es importante que sus estudiantes entiendan que el hecho de obtener un residuo (distinto a 0), implica que 25 no es divisible entre 7 (la división 25 entre 7 no es exacta).

Pídales que vuelvan a las 25 fichas que trataron de repartir entre 7 personas, y expliquen, en el ejemplo práctico, qué son el 4 y el 3 que se obtuvieron al plantear la división.

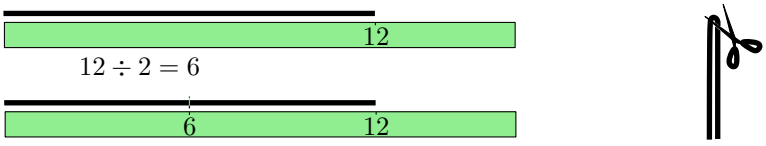


Dé tiempo para que vuelvan a la repartición, organicen sus ideas y propongan hipótesis. Escúchelos y guíelos. Que el cociente sea 3, implica que, máximo, puedo darle 3 fichas a cada una de las siete personas; y que el residuo sea 4 implica que, luego de repartir 3 fichas a cada uno, me sobran 4 fichas. Este puede ser un buen momento para mostrarles que $25 = (3 \times 7) + 4$.

En este punto resulta interesante preguntar "¿Qué pasaría si hiciéramos la división $25 \div 7$ en la calculadora? ¿Cómo nos damos cuenta de que 25 no es divisible entre 7 a partir del resultado?". En la calculadora se obtiene $25 \div 7 = 3{,}57142857....$ Nuevamente, dé tiempo a sus estudiantes para realizar el cálculo y para generar hipótesis. Que el resultado obtenido no sea un número natural (como 2, 3 o 4) sino que tenga decimales, indica que 25 no es divisible entre 7 (la división 25 entre 7 no es exacta).

Hasta este punto se ha trabajado la relación entre divisibilidad, división exacta e inexacta, repartición equitativa, residuo y cociente, y decimales.

Ahora, entréguele a sus estudiantes (ojalá a cada uno y no por grupos) cintas o cordones de distintas longitudes, y unas tijeras por grupo. Empiece por pedirles que cada uno corte la cinta exactamente por la mitad. Observe qué ideas tienen sus estudiantes y qué métodos encuentran. Corrija a los que no lo están haciendo correctamente (sin decirles cómo hacerlo, sino haciéndoles ver dónde está su error). Habrá algún estudiante que decida sacar su regla, medir la cinta, dividir ese resultado por dos, medir esa nueva distancia desde el extremo, y cortar por ahí (lo cual es correcto). Pero habrá otro, que sin tanto cálculo, doblará la cinta por la mitad (uniendo sus extremos) y cortará.



Exponga ante el grupo los distintos métodos que observó, y explique como el método del segundo estudiante, no sólo es más rápido, sino que es independiente de la longitud de la cuerda. No importan si la longitud de la cuerda es divisible por 2 o no.

Ahora, pídale a cada estudiante que escoja un pedazo de cinta (de los que sobraron), y que -sin usar la regla para medir- la corte en tres (3) pedazos iguales. Déles tiempo y observe. Esta pregunta exige un poco más de destreza manual. A punta de hacer correcciones cada vez más precisas podremos doblar la cinta (como se muestra abajo, y cortar en los extremos para obtener tres pedazos igualmente largos:

Para terminar (y para relacionar esta idea con la primera parte), entréguele una cinta de 25 cm a cada grupo de estudiantes. Pídales que la midan, y luego pídales que la corten en 7 partes igualmente largas. Concluya que, de igual manera, podemos dividir cualquier cinta (no importa cuál sea su medida) por el número de pedazos que queramos (independientemente de que la división numérica sea exacta o inexacta).

Solución al ejercicio 3:

El trayecto se puede dividir en cuántas partes iguales queramos. Por ejemplo, si el trayecto es de 75 metros en línea recta, si se puede dividir exactamente en siete partes iguales! Aunque la división $75 \div 7$ no es exacta, podemos tomar una cinta de 75 m; acomodarla, como se hizo arriba para obtener 7 pedazos igualmente largos; marcar los extremos; y usar las marcas para colocar las boyas en el trayecto.

Por otro lado, se pueden ubicar boyas cada 3 metros o cada 5 metros, pero no se pueden ubicar las boyas cada 9 metros (pues 75 no es divisible entre 9). Observe: La primera boya se pondría en el comienzo, la segunda a 9 metros, la

tercera a 18 metros (9×2), la cuarta a 27 metros (9×3), ... , la novena boya a 72 metros (9×8), y sólo quedan 3 metros para llegar a 75.

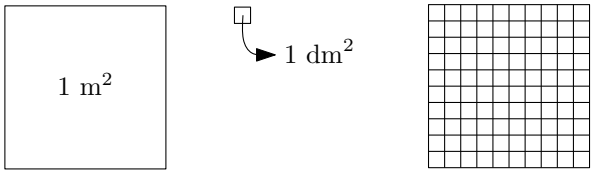
2.2. Reflexión y actividades para el aula a partir de los Ejercicios 2 y 6.

Ejercicios 2 y 6. Análisis y reflexión del docente, previo al diseño de la actividad.

En estos dos ejercicios el estudiante, a partir de una equivalencia dada, debe hacer conversión de unidades. El ejercicio 2, al plantear la pregunta y pedirle al estudiante que complete la ecuación _____ × _____ = _____, fomenta de alguna manera un método memorístico.

Ejercicios 2 y 6. Diseño de actividad para el aula.

Para trabajar este tema de tal forma que sea natural para el estudiante, puede trabajarse de la siguiente forma. Por ejemplo, ¿Cómo explicar que $8\,\text{m}^2 = 800\,\text{dm}^2$? Lo ideal, en vez de utilizar la regla de tres o simplemente multiplicar por 100, es ayudarle al estudiante a entender porqué esos métodos son válidos. Entréguele a sus estudiantes muchos papelitos cuadrados de $1\,\text{dm}^2$ ($10\,\text{cm} \times 10\,\text{cm}$) y dibuje en el suelo (con tiza o cinta pegante) un cuadrado de $1\,\text{m}^2$ ($1\,\text{m} \times 1\,\text{m}$). Puede utilizar papel periódico, papel reciclado, etc. Pídale primero a sus estudiantes que verifiquen que cada papelito es de $1\,\text{dm} \times 1\,\text{dm}$ y que el cuadrado del suelo es de $1\,\text{m} \times 1\,\text{m}$. Pídales que recubran el cuadrado grande con los papelitos, y cuenten cuántos fueron necesarios. Ayúdeles a corregir sus recubrimientos (los papelitos no deben superponerse, no deben salirse del cuadrado grande, y deben cubrirlo por completo). Observe qué métodos utilizan para contar (si conteo directo o multiplicación) y recuérdeles que hacer 10×10 es más eficiente que contar 1, 2, ... hasta 100.



Una vez todos estén seguros de que para cubrir un metro cuadrado se necesitaron 100 decímetros cuadrados, puede concluir en el tablero que $1\,\text{m}^2 = 100\,\text{dm}^2$. Es conveniente decirlo de varias formas para darle sentido a la igualdad: Por ejemplo, "en un metro cuadrado caben 100 decímetros cuadrados" o "un área de $1\,\text{m}^2$ es lo mismo que un área de $100\,\text{dm}^2$" o "podemos cubrir $1\,\text{m}^2$ con $100\,\text{dm}^2$".

Ahora, al lado del cuadrado de $1\,\text{m}^2$ dibuje otro del mismo tamaño (formando un rectángulo de $1\,\text{m} \times 2\,\text{m}$), y pregúnteles, ¿Cuántos metros cuadrados tengo ahora? La respuesta es 2. Sin usar los papelitos, pídales que se imaginen cuántos papelitos necesitarían para cubrir esos dos metros cuadrados. Déjelos discutir y convencerse unos a otros. La respuesta es 200 (para cada cuadrado se necesitaron 100). Pregúnteles, ¿cómo escribimos en matemáticas, que en 2 metros cuadrados caben 200 decímetros cuadrados? Es importante darles tiempo. Camine por el salón ayudando a sus estudiantes, sin darles la respuesta. Una vez hayan llegado a la ecuación $2\,\text{m}^2 = 200\,\text{dm}^2$, escríbala en el tablero. Pídales por último, sin utilizar papelitos ni cuadrados en el suelo, que completen la siguiente ecuación y expliquen su respuesta:

$$8\,\text{m}^2 = _____\ \text{dm}^2$$

Para finalizar, explíqueles esto mismo de una forma un poco diferente:

$$8\,\text{m}^2 = 8 \text{ veces } 1\,\text{m}^2 = 8 \text{ veces } 100\,\text{dm}^2 = 8 \times 100\,\text{dm}^2 = 800\,\text{dm}^2$$

Hasta este punto se trabajó cómo llegar a la ecuación a partir de la idea de recubrimiento. Ahora pensémoslo de forma inversa. Escriba en el tablero: $1\,\text{hectárea} = 10\,000\,\text{m}^2$, y pídales que completen una frase como "En _____ caben _____". Y para asegurarse de que están imaginándose el recubrimiento, puede preguntar "¿Cuál es más grande: un cuadrado de una hectárea o un cuadrado de un metro cuadrado?". (Respuestas: El cuadrado de una hectárea es muchísimo más grande. En una hectárea caben 10 000 metros cuadrados)

Solución a los ejercicios 2 y 6:

- Ejercicio 2: Si en una hectárea caben $10\,000\,\mathrm{m}^2$, entonces

$$16\,750\,\mathrm{ha} = 16\,750 \text{ veces } 10\,000\,\mathrm{m}^2 = 16\,750 \times 10\,000\,\mathrm{m}^2 = 167\,500\,000\,\mathrm{m}^2$$

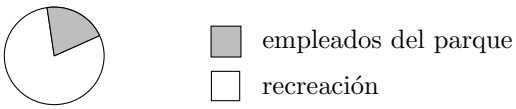
- Ejercicio 6: Si en un kilómetro cuadrado caben $1\,000\,000\,\mathrm{m}^2$, entonces

$$55\,\mathrm{km}^2 = 55 \text{ veces } 1\,000\,000\,\mathrm{m}^2 = 55 \times 1\,000\,000\,\mathrm{m}^2 = 55\,000\,000\,\mathrm{m}^2$$

Pregunta adicional.

Puede aprovecharse el contexto dado para realizar preguntas que ayuden a desarrollar varios procesos de pensamiento (modelación, comunicación, razonamiento y resolución de problemas), y donde se integran diferentes pensamientos matemáticos. En el siguiente ejemplo se evidencian los pensamientos aleatorio, numérico, métrico, y geométrico:

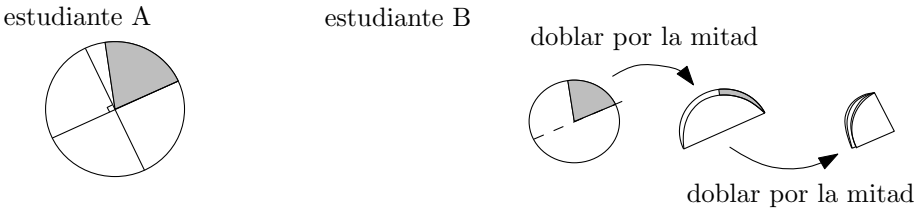
En el parque de la laguna de Tota se le realizó una encuesta a todas las personas que entraron ayer. En la encuesta se registró la razón de la visita. La mayoría de personas que entró al parque ayer lo hizo por motivos de recreación. Los demás eran empleados del parque. Observe la información recolectada:



Entréguele a cada grupo de estudiantes una hoja con la imagen circular suficientemente grande para que sea fácil de manipular (para reproducirla en grande tenga en cuenta el ángulo de la porción gris y manténgalo), y tenga copias adicionales.

Pregúnteles si la frase "La población de empleados representa la cuarta parte de la población total." es verdadera o falsa.

Algunos estudiantes, al ojo, responderán que no. Aunque están en lo cierto, la actividad se vuelve más interesante cuando el profesor les pide que den argumentos, que expliquen porqué. Un estudiante A puede, por ejemplo, trazar una línea (prolongando uno de los segmentos de la región gris), y luego, usando la escuadra, trazar la perpendicular (como se muestra en la figura). Un estudiante B, que olvidó traer la escuadra, puede hacer lo mismo, pero recortando el círculo y doblándolo (como se muestra en la figura), y desdoblándolo:

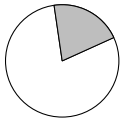


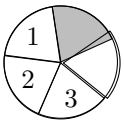
Ambos llegarán a la conclusión de que la parte amarilla es menor a la cuarta parte del círculo.

Puede ir un poco más lejos y preguntar: Entre las siguientes afirmaciones, escoja cuál es *la mejor*:

- El número de visitantes con motivos recreativos, es *aproximadamente el doble* del número de empleados.
- El número de visitantes con motivos recreativos, es *aproximadamente el triple* del número de empleados.
- El número de visitantes con motivos recreativos, es *aproximadamente cuatro veces mayor* al número de empleado.
- El número de visitantes con motivos recreativos, es *aproximadamente cinco veces mayor* al número de empleados.
- El número de visitantes con motivos recreativos, es *aproximadamente seis veces mayor* al número de empleados.

¿Cómo definir qué tantas veces más grande es la porción blanca con respecto a la gris? Al ojo se puede descartar la primera opción. La segunda ("aproximadamente tres veces mayor"), aunque ya sabemos que no es exactamente tres (pues la porción gris no es la cuarta parte del círculo entero), no la podemos descartar aún, pues puede que sea mejor opción que las demás.
Para descubrirlo podemos calcar la figura, recortar el pedazo gris, y tratar de recubrir la parte blanca con pedazos congruentes al gris...





La cuarta pieza es ligeramente más grande que el pedazo que falta por cubrir.

Si sólo se usan tres pedazos, quedaría faltando un área grande por cubrir. Si se usan cuatro pedazos, se alcanza a cubrir, pero sobra un poquito. Si se usaran cinco, sobraría mucho más. Por lo tanto, la mejor entre las afirmaciones dadas, la que mejor aproxima la realidad, es "El número de visitantes con motivos recreativos, es *aproximadamente cuatro veces mayor* al número de empleados". Así mismo, podemos decir que los empleados son casi una quinta parte de las personas que visitan el parque.

Recomendaciones generales: Es importante tener en cuenta, que al desarrollar la actividad seleccionada, y los ejercicios propuestos en este documento, el actor principal es el estudiante. El profesor, luego de plantear el problema, cede el escenario para que sus estudiantes, solos o en grupos, se confronten con el problema, empiecen a proponer ideas, se arrepientan de sus ideas, propongan otras nuevas, creen modelos, se convenzan unos a otros, etc. El rol del profesor es el de aquel que espera y escucha, y con preguntas pertinentes, ayuda al estudiante a encontrar su propio camino hacia la respuesta. Más que un guía (que tiene un camino predeterminado por el cual quiere llevar al que es guiado), se busca que el profesor ilumine el camino que el estudiante va abriendo por sí mismo.